PHYSIQUE / Unité :3
Évolution temporelle des systèmes électriques

Chapitre III
Oscillations forcées dans un circuit RLC en série

I- Le régime alternatif sinusoïdal

1-La tension alternative sinusoïdale

La tension alternative sinusoïdale est une fonction du temps , qui s'écrit sous la forme suivante :

$$u(t) = U_m.cos(\omega t + \varphi_u)$$

U_m	L'amplitude de u(t) son unité dans SI est le volts (V)
ω	La pulsation de u(t) , son unité est rad/s avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.N$
$(\omega t + \varphi_u)$	La phase de u(t) à l'instant t, son unité est (rad).
φ_u	La phase de la tension à l'origine des temps (t=0)

La tension efficace U d'une tension alternative sinusoïdale est donnée par la relation suivante : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$.

Remarque : Le voltmètre indique la valeur efficace de la tension et l'oscilloscope indique la tension maximale.

2- Intensité du courant alternatif sinusoïdal

L'intensité du courant alternatif sinusoïdal est une fonction du temps qui s'écrit sous la forme suivante :

$$i(t) = I_m.cos(\omega t + \varphi_i)$$

I_m	L'amplitude ou l'intensité maximale du courant, son unité dans S.I est ampère (A)
ω	La pulsation du courant, son unité est rad/s avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.N$
$(\omega t + \varphi_i)$	La phase de i(t) à l'instant t , son unité est (rad).
φ_i	La phase de l'intensité à l'origine des temps (t=0)

L'intensité efficace I d'un courant alternatif sinusoïdal est donnée par la relation suivante : $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Remarque: L'ampèremètre indique la valeur efficace d'intensité.

3- Notion de la phase

On considère deux grandeurs alternatives sinusoïdales :

$$u(t) = U_m.cos(\omega t + \varphi_u) \text{ et } i(t) = I_m.cos(\omega t + \varphi_i)$$

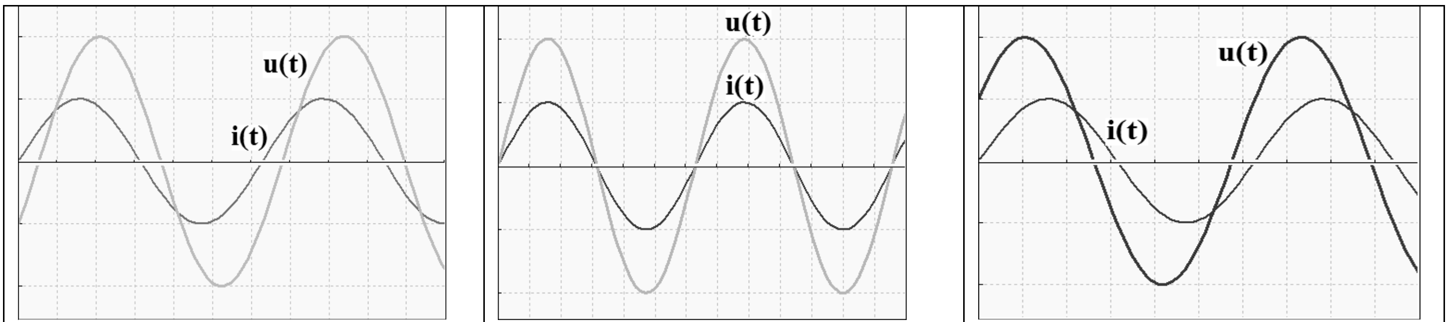
On appelle la phase de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t) : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$ (mesure l'avance et le retard de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t))

Pour simplifier l'étude, on prend $\varphi_i = 0$ alors $\varphi_{u/i} = \varphi_u$

$u(t) = U_m.cos(\omega t + \varphi_u) \Leftrightarrow u(t) = U_m.cos\left(\omega[t + \frac{\varphi_u}{\omega}]\right)$

On appelle $\frac{\varphi_u}{\omega}$ le retard $\tau = \frac{\varphi_u}{\omega}$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\text{donc } \varphi_{u/i} = \varphi_u = \tau.\frac{2\pi}{T}$$

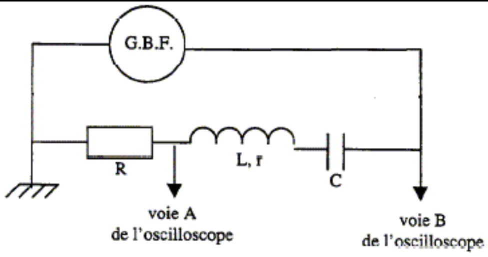
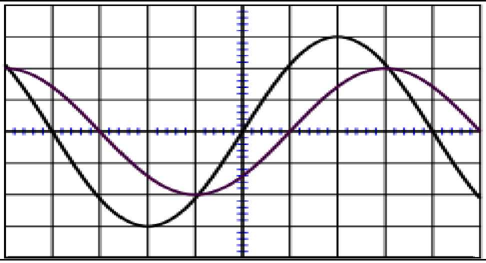


$\varphi_{u/i} < 0$: u(t) est en retard sur i(t) | $\varphi_{u/i} = 0$: u(t) et i(t) sont en phase | $\varphi_{u/i} > 0$: u(t) est en avance sur i(t)

II- Étude expérimentale du circuit (R,L,C) série en régime alternatif sinusoïdal

1- Oscillations forcées dans un circuit RLC

On alimente le circuit RLC série avec un générateur basse fréquence (G.B.F) délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m.cos(\omega t + \varphi_u)$ et on visualise les tensions $u_R(t)$ sur la voie A et u(t) sur la voie B d'un oscilloscope.

Montage	Résultat
	

En faisant varier la fréquence du G.B.F, on peut remarquer, en utilisant les oscillogrammes, que les deux tensions $u(t)$ et $u_R(t)$ ont la même période (même fréquence) on dit que les oscillations de la tension $u_R(t)$ sont imposées par le générateur, l'oscillateur n'est pas libre et les oscillations sont dites forcées

Conclusion

- La fréquence des oscillations est imposée par le générateur : on dit que les oscillations sont forcées
- Le générateur joue le rôle de l'excitateur.
- Le dipôle RLC en série joue le rôle du résonateur.
- L'excitateur fournit de l'énergie au résonateur pour compenser l'énergie perdue par effet Joule

2- Notion d'impédance.

L'impédance d'un dipôle est égale au quotient de la valeur efficace de la tension à ses bornes par la valeur efficace de l'intensité :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

L'impédance dépend de la fréquence du circuit

L'unité de l' **L'impédance** dans le système internationale est **Ω**

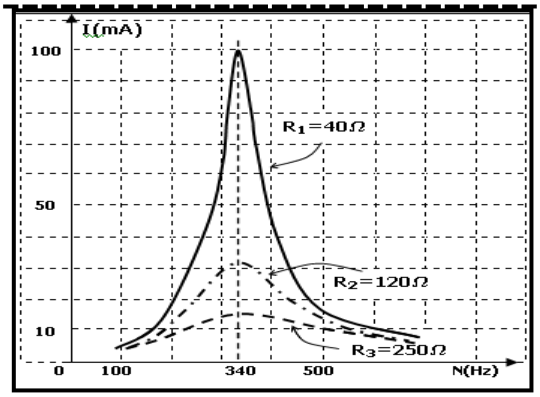
Remarque

Théoriquement l'expression de l'impédance d'un circuit RLC à la fréquence N est :

$$\mathbf{Z} = \sqrt{R_{éq}^2 + \left(L.2.\pi.N - \frac{1}{C.2.\pi.N}\right)^2}$$

III- Phénomène de résonance d'intensité.

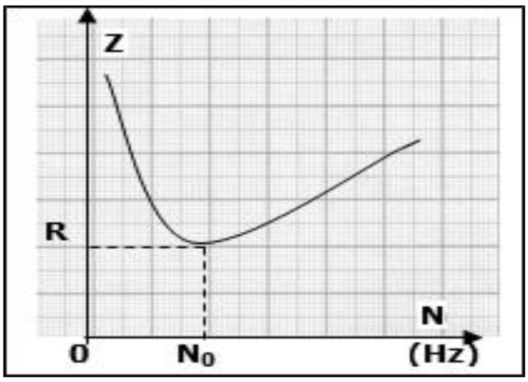
1- Phénomène de résonance



Lorsque la fréquence N d'excitateur prend une valeur égale à la fréquence propre N_0 du résonateur, l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit sera maximale et égale à I_0, on dit dans ce cas que le circuit RLC série est en résonance.

Donc : $N_{excitateur} = N_0 = \frac{1}{2\pi.\sqrt{L.C}}$

2- L'impédance du circuit (R,L,C) à la résonance



- À la résonance, l'impédance du circuit (R,L,C) l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit sera maximale alors l'impédance passe par la valeur minimale

- À la résonance, l'impédance du circuit (R,L,C) est égale à la résistance globale du circuit :

$$Z = R_{éq}$$

Remarque

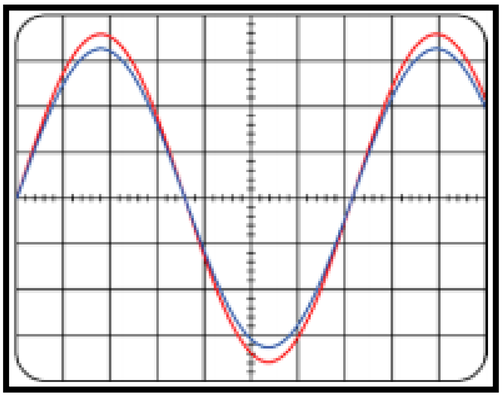
- À la résonance, le circuit (R,L,C) se comporte comme un conducteur ohmique de résistance $R_{éq}$.
- À la résonance la tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes de la bobine :

$U_L = U_C$ donc $L.\omega_0 = \frac{1}{C.\omega_0} \Leftrightarrow L.2\pi.N_0 = \frac{1}{C.2\pi.N_0}$

3- La phase φ à la résonance

A la résonance l'intensité i(t) et la tension u(t) sont en phase :

$$\varphi_{u/i} = 0$$



Remarque :

D'après la courbe de la résonance d'intensité et l'étude expérimentale si :

$N_{excitateur} < N_0$ on a i(t) en avance de phase sur u(t) on dit due le circuit est capacitif

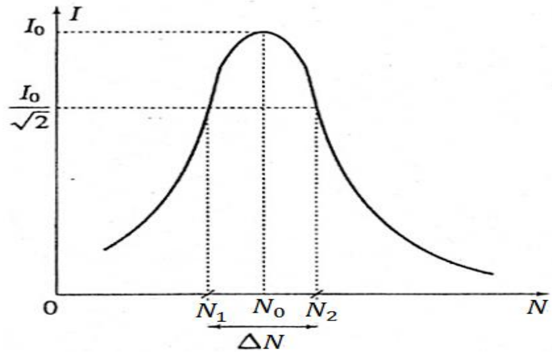
$N_{excitateur} > N_0$ on a u(t) en avance de phase sur i(t) on dit que le circuit est inductif.

4- La bande passante à -3 db du circuit (R,L,C)

a-Définition

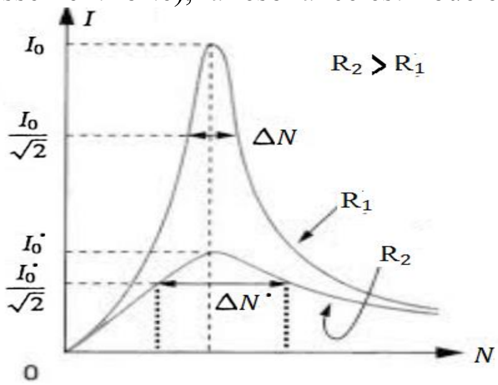
La bande passante à -3db du circuit (R,L,C) est définie comme une intervalle continue des fréquences $[N_1 , N_2]$ du générateur, pour laquelle l'intensité efficace I du courant vérifie la relation suivante : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ où I_0 est l'intensité maximale efficace du courant à la résonance .

b - La largeur de la bande passante -3db :



On conclue que :

- Dans le cas où R est petite (amortissement faible), la résonance est aiguë et la largeur de la bande passante ΔN est petite.
- Dans le cas où R est grande (amortissement forte), la résonance est floue et ΔN est grande.



Remarque

Théoriquement l'expression de la bande passante -3db est donné par la relation : $\begin{cases} \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \\ \Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} \end{cases}$

5 - Facteur de qualité Q

On définit le facteur de qualité Q par un nombre sans dimension : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ ou $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

Ou ω_0 et N_0 sont respectivement la pulsation propre et la fréquence propre

$\Delta\omega$ ou ΔN La largeur de la bande passante :

- Puisque $\Delta\omega = \frac{R_{éq}}{L}$ alors facteur de qualité Q sera : Q=$\frac{L.\omega_0}{R_{éq}} = \frac{L.2.\pi.N_0}{R_{éq}}$

- A la résonance : $L.2\pi.N_0 = \frac{1}{C.2\pi.N_0}$ alors facteur de qualité Q sera : Q=$\frac{1}{R_{éq}.C.\omega_0} = \frac{1}{R_{éq}.C.2.\pi.N_0}$

- la fréquence propre $\mathbf{N_0}$=$\frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C}}$ alors facteur de qualité Q sera : Q=$\frac{1}{R_{éq}}.\sqrt{\frac{L}{C}}$

Remarque

À la résonance, le circuit (R,L,C) se comporte comme un conducteur ohmique de résistance R (résistance équivalente), donc la tension efficace : $U = R.I_0$

$$Q = \frac{L\omega_0}{R}\frac{I_0}{I_0} = \frac{1}{RC\omega_0}\frac{I_0}{I_0} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

On appelle le facteur de qualité : le facteur surtension car : $U_L = Q.U$

Remarque quelque effets de la résonance sur le circuit

Le facteur de qualité Q est inversement proportionnel à la largeur de la bande passante et qui caractérise l'acuité de la résonance.

−Si Q est grand alors le circuit est plus sélectif.

−Si la résonance est aiguë alors la valeur de Q est grande.

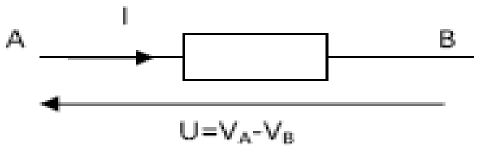
−Si la résonance est floue alors le circuit est amorti.

IV- La puissance en régime alternatif sinusoïdal.

1- La puissance instantanée p(t)

On considère un dipôle AB traversant un courant alternatif sinusoïdal : i(t)= I. $\sqrt{2}$.cos(ω.t) et la tension à ses bornes u(t)= U.$\sqrt{2}$.cos($\omega.t + \varphi$).

En convention récepteur, la puissance instantanée reçue par un dipôle s'écrit : P = u(t)×i(t)



$$p(t) = u(t).i(t) = 2U.I\cos(\omega t + \varphi)\cos\omega t$$

Puisque : $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$

Alors $p(t) = U.I\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)\right]$

La puissance est une fonction sinusoïdale de pulsation $2.\omega$ et de période $\frac{T}{2}$ avec T la période de u(t) et i(t).

2- La puissance moyenne ou puissance active

La puissance moyenne est la somme des puissances instantanées consommées par un dipôle durant la période T

$$\mathcal{P} = \frac{\sum_0^T U(t).i(t).dt}{T}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{T}.\int_0^T U(t).i(t).dt = \frac{1}{T}.\int_0^T U.I[\cos\varphi + \cos(2.\omega.t + \varphi)]dt$$

$$\mathcal{P} = \frac{U.I}{T}.\left[\cos\varphi.t + \frac{1}{2.\omega}\cos(2.\omega.t + \varphi)\right]_0^T$$

$$\mathcal{P} = \frac{U.I}{T}.\left[\cos\varphi.T + \frac{1}{2.\omega}[\sin((2.\omega.T + \varphi)) - sin\varphi]\right]_0^T$$

On a $\omega = \frac{2.\pi}{T}$ alors $\sin((2.\omega.T + \varphi)) - sin\varphi = 0$

Avec $\sin(4\pi + \varphi) = \sin\varphi$

La puissance moyenne a pour expression : $\mathcal{P}$=U.I.cos (φ)

- Le produit U.I des amplitudes efficaces désigne la puissance apparente (désigné par S) du dipôle : S= U.I
- Le cos(φ) correspond au facteur de puissance.

puisque U = Z.I et cosφ $= \frac{R}{Z}$ donc on a **:** $\mathcal{P} = Z.I.I.\frac{R}{Z} = R.I^2$

Dans un circuit (R,L,C) série la puissance électrique moyenne ne se consomme que par la résistance globale R par effet joule et elle est donnée par la relation suivante : $\mathcal{P} = R.I^2$

Compétences

- Distinguer les oscillations libres des oscillations forcées.
- Connaitre le rôle de l'excitateur et du résonateur.
- Connaitre et exploiter l'expression $\varphi_{u/i} = \varphi_u = \tau.\frac{2\pi}{T}$ de la phase d'une grandeur par rapport à une autre.
- Connaitre et exploiter l'expression de l'impédance $Z = \frac{U}{I}$ du circuit.
- Connaitre l'unité de l'impédance (Ω) .
- Reconnaitre le phénomène de résonnance électrique et ses caractéristiques.
- Connaitre et exploiter l'expression du facteur de qualité $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$
- Exploiter des documents expérimentaux pour :
* connaitre l'influence de la résistance sur le facteur de qualité.
* déterminer la largeur de la bande passante.
- Reconnaitre le phénomène de surtension.
- Connaitre la puissance instantanée dans le régime alternatif sinusoïdal.
- Etablir et exploiter l'expression de la puissance moyenne $P=U.I.\cos(\varphi)$
- Connaitre le facteur de puissance.